【原　著】

区分線形関数による得点調整

石塚　智一*
前川　眞一**

要　約

公的試験の得点調整のために，区分線形関数を利用するアルゴリズムを 3 つ提案した．この内第 2 のアルゴリズムは第 3 のアルゴリズムの基礎をなすものと考えられるので実用上は 2 つである．これらのアルゴリズムは平成 10 年の地歴の得点調整時のデータを用いて分位点差縮小法と比較され，いずれも好ましい結果を生み出すことが示された．

キーワード：得点調整，区分線形関数，分位点差縮小法

1　はじめに

我が国では，平成元年と平成 10 年の 2 度にわたって得点調整が行われているが，いずれの得点調整も，なんらかの基準により定められた点数を目標として，それに向けて低得点科目の平均点を合わせることによって行われている．平成元年においては，物理・化学・生物・地学の平均点がそれぞれ 53.47，73.75，44.31，71，31 となり，化学と生物の平均点の間に 29.44 と 30 点近い点差が生じた．このときは，これらの受験者が共通に受験した理科 I における各受験集団の平均点をこれらの集団の理科の学力と考え，その高低パターン（物理受験者：64.74，化学受験者：61.05，生物受験者：54.32，地学受験者：53.05）を反映するように物理受験者と生物受験者の目標平均点が定められた．そして，それを実現するために (100 点, 100 点) と (調整前平均点, 目標平均点) を結ぶ線形関数が定められた．

すなわち，物理・化学・生物・地学の平均点をそれぞれ，$P_{物理}$，$P_{化学}$，$P_{生物}$，$P_{地学}$ とし，これらの科目受験者の理科 I の平均点をそれぞれ，$S_{物理}$，$S_{化学}$，$S_{生物}$，$S_{地学}$ で表すと，物理の調整目標点は

$$T_{物理} = P_{化学} + \left(S_{物理} - S_{化学}\right) \frac{P_{化学} - P_{地学}}{S_{化学} - S_{地学}}$$

で，生物のそれは

$$T_{生物} = P_{地学} + \left(S_{生物} - S_{地学}\right) \frac{P_{化学} - P_{地学}}{S_{化学} - S_{地学}}$$

で求められた．この結果，物理の変換関数は

$$y_{物理} = F + \left(x_{物理} - F\right) \frac{F - T_{物理}}{F - P_{物理}}$$

によって，生物のそれは

$$y_{生物} = F + \left(x_{生物} - F\right) \frac{F - T_{生物}}{F - P_{生物}}$$

で定められた．ここに F は満点を示し，このときは，$F = 100$ であった．

また，現在大学入試センターで採用されている分位点差縮小法では最高得点科目と最低得点科目の平均点差が 20 点を超えたときに，その差が 15 点となるように最低得点科目の目標平均点が定められ，それへ向けて等百分位法を利用した変換が行われる．すなわち

$$z_j = wQ\left(x_j\right) + \left(1 - w\right) x_j$$

* 大学入試センター研究開発部試験評価解析研究部門
** 東京工業大学大学院社会理工学研究科人間行動システム専攻
2008 年 11 月 26 日　受理

$$w = 1 - \frac{15\,点}{最高平均点 - 最低平均点}$$

で，$Q(x_j)$ が等百分位法による変換である．このとき，最高得点科目と最低得点科目の間に位置する科目の得点も同じ重み w で変換される．

ところで, 平成元年に行われた得点調整では (100 点, 100 点) と (調整前平均点, 目標平均点) を結ぶ線形関数が採用されたため，0 点の者が 50 点近くに変換されることで情緒的な反感を招き（実際には度数が小さく，また，合否に直接関係しない得点であるので実害はない）メディアに大きく取り上げられた．現行の分位点差縮小法は 0 点と満点を保存するのでこの点に関しては健全であるが，非線形変換であるので公表に際して変換表を必要とし，また，分布関数を推定する必要があるため頑健性に乏しい．この頑健性の乏しさは分位点差縮小法の変換が，平均や分散といった要約統計量に基づくものではなく，相対累積分布同士の等百分位変換を線形補間をしながら行うことによって生じている．

平成元年当時，(100 点, 100 点) を通る線形関数に加えて (0 点, 0 点) を通る線形関数を用いる区分線形関数（Piecewise Linear Function）の採用も検討されたが，多分に日程上の理由で採用が見送られた．

前川 (2001) は平均と分散を目標分布に近づけるという観点から，その日の目を見なかった方法を再定義することを試みている．本稿では，前川 (2001) とは独立に区分線形関数による得点調整の方法を再定義した上で，前川 (2001) との比較や分位点差縮小法との比較を試みる．

2　アルゴリズム 1

既に述べたように，平成元年の得点調整では満点を保存し，調整前平均点を目標平均点に合わせるために (100 点, 100 点) と (調整前平均点, 目標平均点) を結ぶ線形関数が採用された．逆に，0 点を保存することに留意すれば (0 点, 0 点) と (調整前平均点, 目標平均点) を結ぶ線形関数を考えることができる．この線形関数による変換は 0 点を保存し，調整前平均点を目標平均点に合わせるが，満点を満点以上に変換するという欠点を持つ．そこで，この 2 つの線形関数を併用すればよいというのが自然な発想であろう．

簡単のために満点を F，調整前平均点を P，目標平均点を T で表そう．出発点として，P 以下では $(0, 0)$ と (P, T) を結ぶ線形関数

$$y = \frac{T}{P}x \quad if \quad x \le P$$

を考え，P 以上では (F, F) と (P, T) を結ぶ線形関数

$$y = \frac{T-F}{P-F}x + F\left(\frac{P-T}{P-F}\right) \quad if \quad P \le x \le F$$

を考える．言うまでもないが，この区分線形関数によって変換を行うと，変換された得点の平均点は P を上回るが T を下回る．そこで次のようなアルゴリズムを考える．

ステップ 1

$T_0 = T$ として，区分線形関数

$$y_0 = \frac{T_0}{P}x \quad if \quad x \le P$$

と

$$y_0 = \frac{T_0-F}{P-F}x + F\left(\frac{P-T_0}{P-F}\right) \;\; if \;\; P \le x \le F$$

によって仮変換する．

仮変換の区分線形関数 y_0 と得点分布 f_i $(i = 0, 1, \cdots, F)$ から平均点

$$Z_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{F} y_{0i} f_i$$

を算出する．

この平均点の算出に当たっては，y_0 を四捨五入によって整数化しておく．また，

$$\Delta_0 = T - Z_0$$

を算出する．

ステップ 2

$$T_{k+1} = T_k + \Delta_k$$

として新しい仮変換

$$y_{k+1} = \frac{T_{k+1}}{P}x \quad if \quad x \le P$$

$$y_{k+1} = \frac{T_{k+1}-F}{P-F}x + F\left(\frac{P-T_{k+1}}{P-F}\right)$$

$$if \quad P \le x \le F$$

を作るが，このとき $\dfrac{T_{k+1}}{P}$ や $\dfrac{T_{k+1}-F}{P-F}$ は小数点以下 3 桁まで，$F\left(\dfrac{P-T_{k+1}}{P-F}\right)$ は小数点以下 1 桁まで四捨五入によって丸めたものを用いる．これは，平成元年に行われた得点調整に倣うものである．

さらに y_{k+1} を四捨五入によって整数化したものを用いて

$$Z_{k+1} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{F} y_{k+1i} f_i$$

と

$$\Delta_{k+1} = T - Z_{k+1}$$

を算出する．

ステップ 3

$$|\Delta_{k+1}| \le \varepsilon$$

であれば

$$(P, T_{k+1})$$

を区分線形関数の交点として採用して終了する．

そうでないときは $k = k+1$ として**ステップ 2** を繰り返す．

以上のアルゴリズムから分かるように，これは直線 $x = P$ 上を上下に探索しながら $|T - Z_{k+1}| \le \varepsilon$ となるように区分線形関数の交点 (P, T_{k+1}) を探す方法である．評価関数が滑らかでなく，Z_{k+1} は四捨五入や得点分布の形状の影響を受けるので，厳密な収束の証明はできないが，$\Delta_{k+1} = T - Z_{k+1}$ は正にも負にもなりうる量で，その絶対値は初期値 $\Delta_0 = T - Z_0$ を超えることがない．経験的には 4〜5 回の反復で $|\Delta_{k+1}| \le 0.05$ を満足する．

早速数値例の検討に入りたいところだが，前川 (2001) との比較をしながら数値例を見る方が効率的なので，先ず，前川 (2001) について述べることにする．

3 アルゴリズム 2（前川 (2001) による方法）

前川 (2001) は調整後の平均点と分散が目標分布と一致するように区分線形関数の交点 (a, b) を定めた．アルゴリズム 1 では直線 $x = P$ 上に交点を探索したが，(a, b) は $0 \le x \le F$，$0 \le y \le F$ で定められる平面上を自由に動き回る点である．この方法では 0 から F までの間，a を微小に増加させながら b を計算し，(a, b) を交点とする区分線形関数による変換から，平均

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{F} y_i f_i$$

および，分散

$$\mathrm{var}(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{F} y_i^2 f_i - \bar{y}^2$$

を計算する．この内，目標分布の平均と分散に最も近い平均と分散を与える (a, b) を解として採用する．

具体的には，$x \le a$ を満たすテスト x の得点を x_1，$x > a$ を満たすテスト x の得点を x_2，また，対応する変換点を y_1，y_2 として区分線形関数

$$y_1 = \frac{b}{a} x_1$$

$$y_2 = \frac{F-b}{F-a}(x_2 - F) + F$$

を定義する．

変換後の平均点 $\bar{y}$ は，$0 \le x \le a$ に対応する n_1 人の受験者から計算された変換点の平均を $\bar{y}_1$，$a < x \le F$ に対応する n_2 人の受験者から計算された変換点の平均を $\bar{y}_2$ とすると

$$\bar{y} = \frac{1}{n_1 + n_2}(n_1 \bar{y}_1 + n_2 \bar{y}_2) \tag{1}$$

となるが，

$$\bar{y}_1 = \frac{b}{a}\bar{x}_1 \tag{2}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{F-b}{F-a}(\bar{x}_2 - F) + F \tag{3}$$

である．但し，$0 \le x \le a$ の部分から計算されたテスト x の平均を $\bar{x}_1$，$a < x \le F$ の部分から計算された平均を $\bar{x}_2$ と置いている．

同様に，変換後の分散 $\mathrm{var}(y)$ は $0 \le x \le a$ に対応する n_1 人の受験者から計算された変換点の分散を $\mathrm{var}(y_1)$，$a < x \le F$ に対応する n_2 人の受験者から計算された変換点の分散を $\mathrm{var}(y_2)$ とすると

$$\mathrm{var}(y) = \frac{1}{n_1+n_2}\left(n_1\left(\mathrm{var}\left(y_1\right)+\bar{y}_1^2\right)\right.$$
$$\left.+n_2\left(\mathrm{var}\left(y_2\right)+\bar{y}_2^2\right)\right)-\bar{y}^2 \qquad (4)$$

となるが，

$$\mathrm{var}(y_1) = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \mathrm{var}(x_1) \qquad (5)$$

$$\mathrm{var}(y_2) = \left(\frac{F-b}{F-a}\right)^2 \mathrm{var}(x_2) \qquad (6)$$

である．但し，$0 \leq x \leq a$ の部分から計算されたテスト x の分散を $\mathrm{var}(x_1)$，$a < x \leq F$ の部分から計算された分散を $\mathrm{var}(x_2)$ と置いている．

したがって，変換点の平均と分散を T，s^2 にするという制約は

$$\bar{y} = T \qquad (7)$$

$$\mathrm{var}(y) = s^2 \qquad (8)$$

ということになり，これらに (1) 式や (4) 式等を代入して得られる a，b に関する連立方程式の根が，求める変換を与える．

変換点の平均点を T にするという制約 (7) 式は (1) 式より，

$$n_1\bar{y}_1 + n_2\bar{y}_2 = (n_1+n_2)\,T$$

となるが，(2) 式と (3) 式より

$$n_1\left(\frac{b}{a}\bar{x}_1\right) + n_2\left(\frac{F-b}{F-a}\left(\bar{x}_2-F\right)+F\right)$$
$$= (n_1+n_2)\,T \qquad (9)$$

を得る．これを b に関して解けば，

$$b = \frac{1}{d_1+d_2}\left[Fd_2 - n_2F + (n_1+n_2)\,T\right] \quad (10)$$

となる．但し，

$$d_1 = \frac{n_1\bar{x}_1}{a}$$

$$d_2 = \frac{n_2\left(F-\bar{x}_2\right)}{F-a}$$

である．

したがって，(5) 式，(6) 式に (10) 式を代入し，それを (4) 式に代入したものを用いて (8) 式を表せば，それは変数 a に関する 1 変数の非線形方程式となり，その解を求めることができる．

しかし，この方程式はかなり複雑な形をしているため，この方程式を直接解くよりも，a の値を順次変えながら，(8) 式を満たすようなものを探していく方が効率的である．すなわち，$0 \leq a \leq F$ の範囲で a，したがって b を変えながら

$$\delta_{s^2} = \left|\mathrm{var}\left(y\right) - s^2\right| \qquad (11)$$

を評価し，それが最小となるような (a,b) をもって最適解とすることになる．前川 (2001) のアルゴリズムは以下のように記述される．

a_step = 0.1;
minabsdifs = 9999;
do $a = 0 +$ a_step to $F -$ a_step by a_step;
n_1，$\bar{x}_1$，n_2，$\bar{x}_2$，d_1，d_2 を計算する．
    (10) 式により b を計算する．
    (2) 式，(3) 式，(1) 式により $\bar{y}$ を計算する．
    (5) 式，(6) 式，(4) 式により $\mathrm{var}(y)$ を計算する．
    difs $= \left|\mathrm{var}\left(y\right) - s^2\right|$ を計算する．
    difs $<$ minabsdifs ならば現在の値を最良のものとして保存し minabsdifs = difs とする．
end do;

但し，a_step は a を変化させる幅であり，これを細かくとることにより，より正確な解が求められることになる．この方法は次節に示すように，変換点や変換式に関して様々な制約がある場合に有効と考えられる．

4 アルゴリズム 3（アルゴリズム 2 の分位点差縮小法への応用）

分位点差縮小法の特徴は，平均点の低い科目の試験得点の分布を，最高平均点を持つ科目のテスト（目標科目）の得点分布に近づけるということであり，目標科目の平均点と最低平均点を持つ科目の平均点とから決まる重みを用いて，各科目の相対累積分布関数を目標科目の相対累積分布関数へ近づけるような非線形の変換が用いられる．その際，変換点の平均点は，元の得点の平均点と目標科目の平均点との重み付き平均になることが知られている．また，標準偏差に関しても，単純な重み付き平均という形ではないが，分位点差縮小法の重みが決まれば，変換点の理論的な標準偏差

を求めることができる．また，変換に際して，素点の 0 点と満点は保存される．

厳密に考えれば，分位点差縮小法は，単に平均点や標準偏差のみならず，分布の形状も目標科目に近づけるような変換を行う方法である．しかし，その近似として，各教科の平均と標準偏差を，変換点の理論的な平均と標準偏差に合わせ，かつ 0 点と満点を保存する方法として捉えれば，これを区分線形等化法で近似することは可能である．

したがって，科目毎に，その変換点の分位点差縮小法による理論的平均と標準偏差をそれぞれ T，s とすれば，前節の方法を用いることにより，区分線形等化法による分位点差縮小法の近似を計算することができ，それによって得られる変換点の平均と標準偏差は T，s に一致することになる．

ただ，実際の場面で，区分線形等化法を分位点差縮小法の近似として用いる場合，変換点 y や変換の係数に関して以下のような制約が付くため，前節の方法をそのままの形で用いることは難しい．

1. 変換点は整数に限るという制約
2. 係数の小数点以下の桁数に関する制約
3. 変換点が 0 を下回らず，かつ F を上回らないという制約

第 1 番目の制約は，分位点差縮小法で行われているように，変換点を整数に限るというもので，これは我が国のテスト得点に対する常識と各大学における試験データの取り扱い上の制約であると考えられる．第 2 番目の制約は，受験生が行う計算の利便性に係わるものであるが，変換式に関しては，計算の簡便性を考えた以下の形式を用いる．

$$y = \alpha_1 + \beta_1 x \quad if \quad 0 \le x \le a \tag{12}$$

$$y = \alpha_2 + \beta_2 x \quad if \quad a < x \le F \tag{13}$$

ただし，

$$\alpha_1 = 0 \quad and \quad \beta_1 = \frac{b}{a} \tag{14}$$

$$\alpha_2 = F - \frac{F-b}{F-a}F \quad and \quad \beta_2 = \frac{F-b}{F-a} \tag{15}$$

である．すなわち，2 番目の制約は，計算の利便性を考慮して，これらの係数を小数点以下何桁まで求めるかという問題である．平成元年の得点調整では β_2 に当たるものが小数点以下 3 桁，α_2 に当たるものが小数点以下 1 桁に丸めて用いられた．

第 3 番目の制約は，変換点が 0 点から満点までの範囲に収まるということであるが，0 点と満点の保存と併せて考えると，これはすなわち，変換が単調増加変換であることを意味している．

最後に，分位点差縮小法において用いられている変換点が素点を下回らないという制約に関しては，低得点の科目の得点を高得点の科目の得点に近づけるという分位点差縮小法の枠組みにおいて，交点の数が一つの区分線形等化法を用いる限り，自動的に満たされると考える．

このように，実際場面で区分線形等化法を分位点差縮小法の近似として用いる場合にかかる制約は，得点を整数値に限ったり，係数の有効桁数を制限するといった形のものとなり，解析的には取り扱いにくい．また，このような制約を満たす解は，必ずしも，(7) 式や (8) 式を満たすとは限らない．したがって，(11) 式のみならず，平均のずれを示す指標

$$\delta_m = |\bar{y} - T| \tag{16}$$

も考慮する必要が生じる．（前節に示した制約がない場合は，ほとんどすべての $0 \le a \le F$ に関して $\bar{y} = T$ を満たす b が存在する．）

以上の制約を考慮して前川 (2001) はアルゴリズム 2 を以下のように改良した．ただし，T，s^2 は，各科目の変換点の平均点（目標平均点）並びに分散（目標分散）であるが，これは通常の分位点差縮小法を実行することにより，得られているものとする．

a_step = 0.1;
minabsdifs = 9999;
do $a = 0 +$ a_step to $F -$ a_step by a_step;
　n_1，$\bar{x}_1$，n_2，$\bar{x}_2$，d_1，d_2 を計算する．
　(10) 式により b を計算する．
　(14) 式ならびに (15) 式により α_1，β_1，α_2，β_2 を計算する．
　α_1，β_1，α_2，β_2 を指定された有効桁数まで四捨五入する．
　(12) 式ならびに (13) 式により y を計算する．
　y を整数に四捨五入する．
　$y > F$ ならば $y = F$，$y < 0$ ならば $y = 0$ とする．

上記の y を用いて $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{F} y_i f_i$ と $\mathrm{var}(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{F} y_i^2 f_i - \bar{y}^2$ を計算する．
$\mathrm{difm} = |\bar{y} - T|$ を計算する．
$\mathrm{difs} = \left|\mathrm{var}\,(y) - s^2\right|$ を計算する．
$\mathrm{difm} > \varepsilon_m$ ならば，何もしないで次の a に移る．
$\mathrm{difs} < \mathrm{minabsdifs}$ ならば現在の値を最良のものとして保存し $\mathrm{minabsdifs} = \mathrm{difs}$ とする．
end do;

このアルゴリズムは，先のアルゴリズムに係数や変換点を四捨五入する部分を付け加え，しかも，その丸め誤差に起因する変換点の平均のずれ δ_m を，ある小さな値 ε_m 以下に押さえた上で，分散のずれ δ_s を最小にするような係数（四捨五入済み）を選んでくるものである．

したがって，ε_m を小さくとれば，整数になるように四捨五入された変換点を用いて計算された平均点と目標平均点との差が小さくなるが，それを補償する形で，変換点の標準偏差と目標標準偏差とのずれが大きくなる可能性を持っている．ただ，一般に，変換点の標準偏差に関する関心は低く，本来の分位点差縮小法においてもそれは副次的にしか取り扱われていない．その意味で，平均点のずれをある程度の範囲内に押さえ，その中から目標標準偏差に最も近い標準偏差を与える変換を選んでくるという上記のアルゴリズムは，妥当なものと考えられる．通常は，$\varepsilon_m = 0.1$ 程度の値を用いるのが適当であると考えられる．

また，複数の科目を通常の分位点差縮小法により変換した後の平均点が，元の平均点の順序を保存しない場合，所謂病的ケースへ対処する場合には，病的ケースのための HK 法によって予め算出された T，s^2 を目標として変換することになる．なお，HK 法に関しては，たとえば，前川 (2002) を参照されたい．

5　数 値 例

さて，以上に提案された 3 つのアルゴリズムと，分位点差縮小法による変換結果を見ながらその評価を行う．但し，アルゴリズム 2 はアルゴリズム 3 を導出するための基礎を与えるためのものと理解されるので，現実的には分位点差縮小法と比較されるのはアルゴリズム 1，および，アルゴリズム 3 ということになる．

素材は平成 10 年に行われた地歴の得点調整から取る．この年は，地理の平均点 77.2 に対し，日本史の平均点が 56.3 と両者の間に概ね 20.9 の平均点差が生じ，平成 9 年度に得点調整調査検討専門委員会によって採択された分位点差縮小法が初めて利用された年である．調整に対する世論の反応は概ね好意的であった．

表 1 に 3 者の変換結果を示す．

表 1 から明らかなように，平均点に関してはアルゴリズム 1，3 共にほぼ完璧に分位点差縮小法の近似となっている．標準偏差についてはアルゴリズム 3 が狙い通り分位点差縮小法の近似となっているのに対し，アルゴリズム 1 は標準偏差がやや小さめに評価される変換となっている．これはアルゴリズム 1 が分散について全く考慮しないものであると共に，直線 $x = P$ 上に平均点の近似となる変換の交点を探す戦略の付随効果であると考えられる．

この様子を見るために平均点差が最大であった日本史について分位点差縮小法，および，アルゴリズム 1，3 の変換曲線を図示すると図 1 のようになる．

図 1 から分かるように，3 者の変換関数を図上で区別することは困難である．表 1 を見ると，アルゴリズム 1 と 3 の交点が世界史についてはかなり大きく異なっていることが分かる．そこで世界史について変換曲線を図示したものが図 2 である．

図 2 によるとアルゴリズム 3 の区分線形関数にからみつくように分位点差縮小法の変換曲線が描かれていることが分かる．これは，アルゴリズム 3 が分位点差縮小法の極めて良い近似となっていることを示している．一方，アルゴリズム 1 の変換関数は他の 2 つと比べて高得点者に多少有利に，低得点者には多少厳しい変換となることがあるということも示している．

日本史においては区別できないほど 3 者の結果が似通っていたのに，世界史において多少顕著にアルゴリズム 1 の特徴が現れたのは，日本史と世界史の得点分布の形状の違いによるものと思われる．図 3，図 4 に見られるように日本史の得点分布が単峰でほぼ対称な形状をしているのに対して，

表 1　変換結果

		世界史	日本史	地理
調整前	平均点	61.03	56.33	77.23
	標準偏差	20.56	15.83	14.50
分位点差縮小法による変換	平均点	65.59	62.28	
	標準偏差	18.72	15.32	
アルゴリズム 1 による変換	平均点	65.62	62.23	
	標準偏差	17.02	13.04	
	β_1	1.119	1.142	
	β_2	.814	.817	
	α_2	18.6	18.3	
	交点	(61.03, 68.29)	(56.33, 64.33)	
アルゴリズム 3 による変換	平均点	65.64	62.22	
	標準偏差	18.72	15.32	
	β_1	1.207	1.150	
	β_2	.870	.825	
	α_2	13.0	17.5	
	交点	(38.58, 46.57)	(53.85, 61.93)	

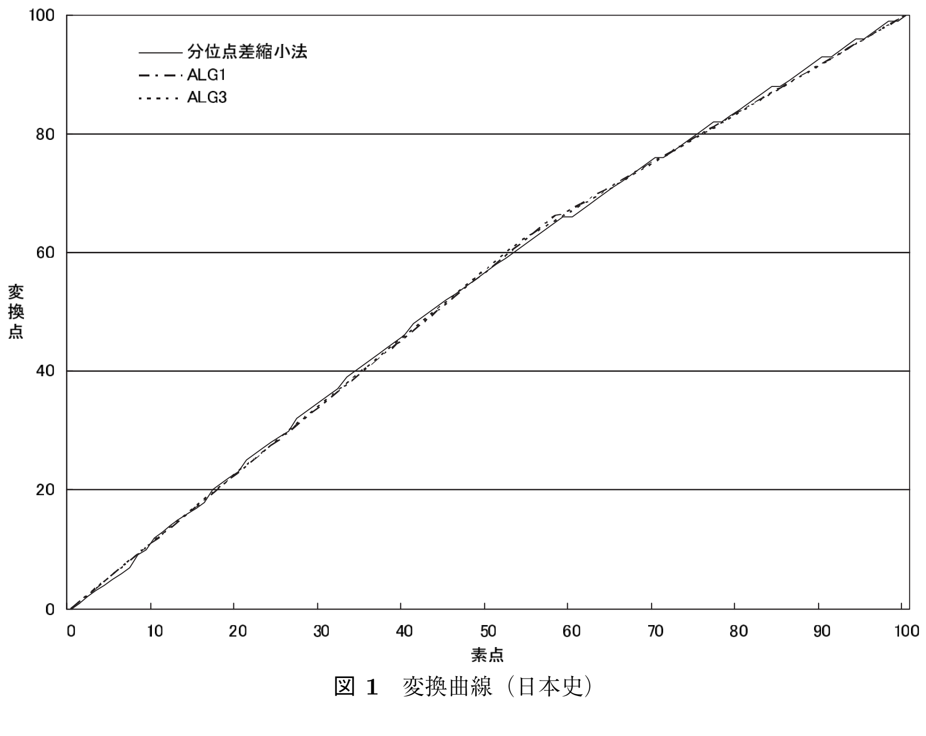

図 1　変換曲線（日本史）

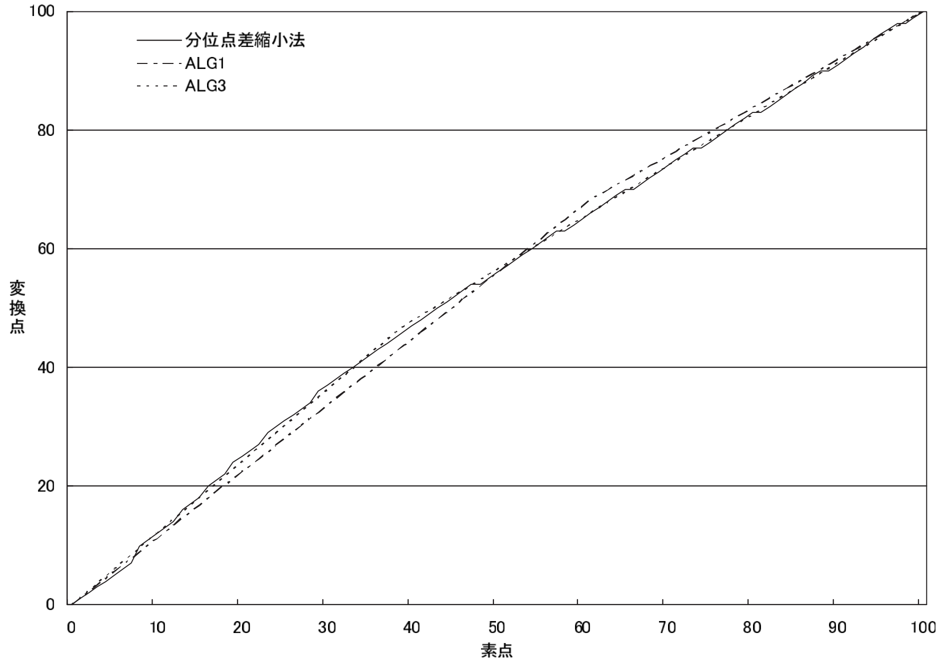

図 2　変換曲線（世界史）

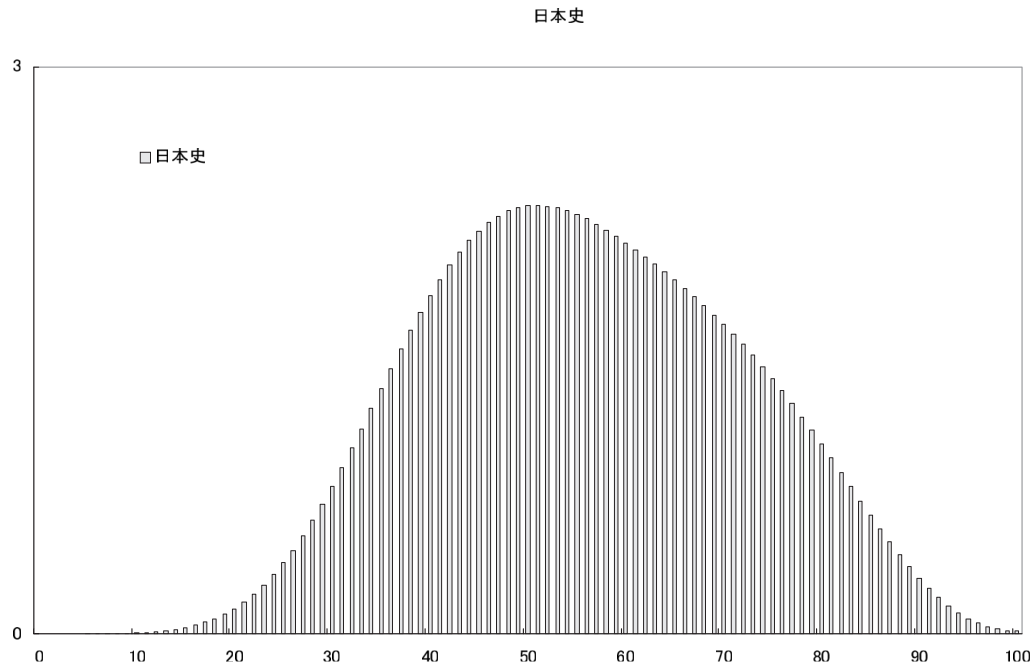

図 3　日本史の得点分布

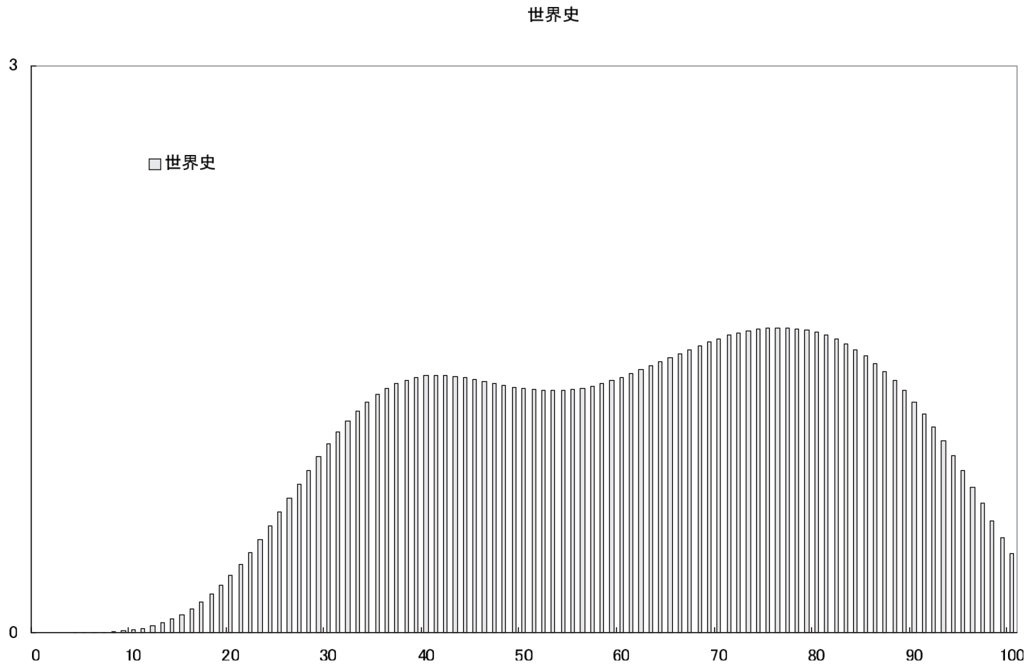

図 4　世界史の得点分布

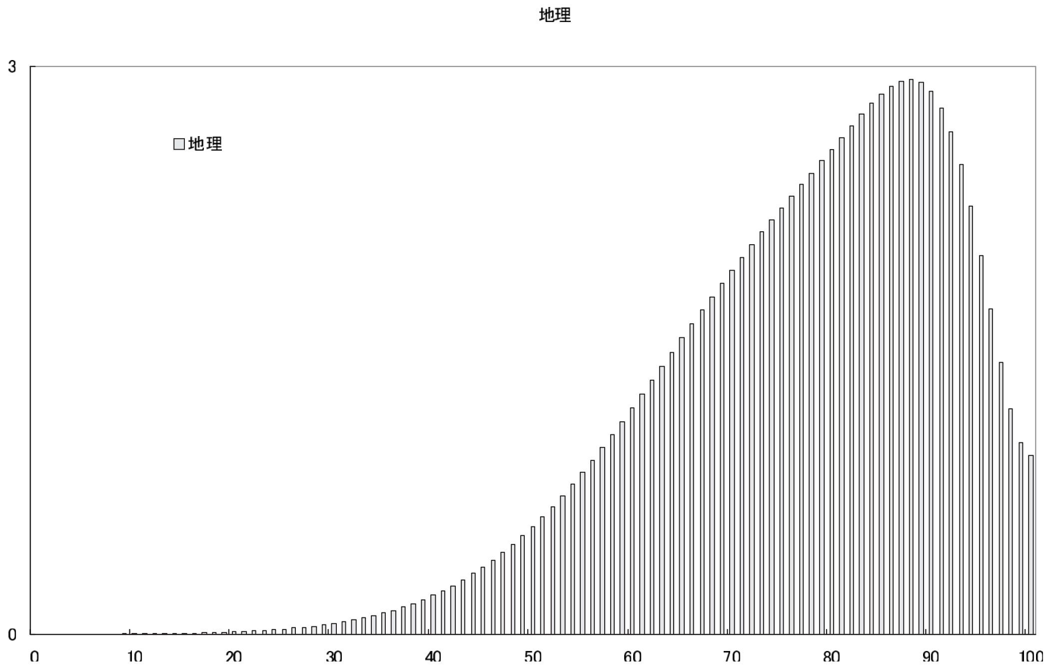

図 5　地理の得点分布

世界史の得点分布は双峰に近く，台形状の形状となっている[1)]．

分位点差縮小法が日本史や世界史の得点分布の形状を地理の得点分布（図 5）に近づけるような変換を行い，アルゴリズム 3 が標準偏差の近似を通して分位点差縮小法の良い近似となっているのに対して，分散を考慮しないアルゴリズム 1 は対象科目の得点分布の形状に影響される部分が大きいと考えられる．しかし，その違いは僅かである．

6 考　察

数値例から分かる通り，アルゴリズム 3 は分位点差縮小法の良い近似となっている．これはアルゴリズム 1 が直線 $x = P$ 上に交点を探索するのに対し，アルゴリズム 2，3 の交点は $0 \leq x \leq F$, $0 \leq y \leq F$ で定められる平面上を自由に動き回り，平均の近似と同時に標準偏差の近似も行うことによると考えられる．これはアルゴリズム 3 の利点とも考えられるが，その前提として予め分位点差縮小法による変換を行っておく必要があることを意味し，逆に難点の 1 つとも考えられる．

一方，アルゴリズム 1 は構造が単純で分かり易く，分位点差縮小法とは独立に機能するという利点を持つ．平均点の近似としてはアルゴリズム 3 と同等の機能を示すが，対象科目の得点分布の形状によっては，その変換関数が分位点差縮小法の変換曲線と多少ずれることがあるというのが難点といえる．

以上の利点と難点を考慮してアルゴリズム 1 と 3 を取捨選択することになるが，それは状況に大きく依存するだろう．状況に応じて取るべき選択肢が 2 つあるというのは良いことであろう．

7 おわりに

分位点差縮小法が変換表を必要とし，分布関数を推定する脆弱性を有しているのに対して，区分線形関数による変換は変換表を必要とせず，なによりも頑健であるという利点を持つ．しかし，分位点差縮小法は平成 9 年度に 10 人以上の委員によりほぼ 1 年に渉る精力的な議論と作業を通じて生み出されたもので，それなりに優れた方法である．したがって，大きな理由もなく現行の分位点差縮小法を変更するのは賢明ではないであろう．しかし，公的試験の得点調整では 1 つの方法のみに依存し，その代替策を持たないのは危険である．複数の方法で現行の得点調整法をバックアップしておく必要がある．この意味で，分位点差縮小法とは独立にそのバックアップが可能なアルゴリズム 1 は魅力的である．また，アルゴリズム 3 は分位点差縮小法への近似の良さという観点から捨て難い魅力をもっている．いずれにしても複数の代替策を用意した上で，状況に応じて取捨選択する可能性を残すことが公的試験の得点調整の安定した運営にとって有益であろう．

註

1) 得点分布は全て観測分布そのものではなく，観測分布を混合ベータ分布で近似したものによって示している．

引用文献

前川眞一 (2001)「区分線形等化法とその分位点差縮小法への応用について」, 大学入試センター研究開発部リサーチノート, RN-01-15.

前川眞一 (2002)「分位点差縮小法を行うための SAS 擬似プロシジャ PROC1 RPM の使い方 Version 3.0 (最終版)」, 大学入試センター研究開発部リサーチノート, RN-02-15.

真弓忠範・村上隆・白旗慎吾・吉村功・前川眞一 (1999)「大学入試センター試験の得点調整について—基本的な考え方と方法—」, 大学入試フォーラム, No.21, pp.4–18.

Adjusting Test Scores by Piecewise Linear Transformation

ISHIZUKA Tomoichi
MAYEKAWA Shin-ichi

Abstract

Three algorithms for score adjustment of National Center Test, using piecewise linear function, were proposed. The second algorithm provides a base of the third algorithm, thus we had practically two algorithms. These algorithms were applied to the examination data of the year 1998, and compared to the authorized method called 'Reduced Percentile Method'. It was shown that both of the practical algorithms produce favorable results.

Key words: score adjustment, piecewise linear function, reduced percentile method